# 【品川翔英高等学校】2024年度入学試験　2月10日　〔数学〕　解答解説

1　[配点：40点　各4点×10] ※但し，(4)，(5) の片方正解は2点とする。

(1)　$(-3)^2+(-4^2)\times\frac{3}{4}=9+(-16)\times\frac{3}{4}=9-12=\mathbf{-3}$　答

(2)　$\frac{2x-y}{3}-\frac{2x-3y}{4}=\frac{4(2x-y)-3(2x-3y)}{12}=\frac{8x-4y-6x+9y}{12}=\mathbf{\frac{2x+5y}{12}}$　答

(3)　$3x^2-8x+1=0$ より　$x=\frac{-(-8)\pm\sqrt{(-8)^2-4\cdot3\cdot1}}{2\cdot3}=\frac{8\pm\sqrt{52}}{6}=\frac{8\pm2\sqrt{13}}{6}=\mathbf{\frac{4\pm\sqrt{13}}{3}}$　答

補足　$3x^2-8x+1=3x^2-2\cdot4x+1=0$ より　$x=\frac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-3\cdot1}}{3}=\mathbf{\frac{4\pm\sqrt{13}}{3}}$　答

(4)　$2x-y=1$ より　$y=2x-1$ として，$x+3y=4$ に代入すると，$x+3(2x-1)=4$ より　$x=\mathbf{1}$　答

$x=1$ を $y=2x-1$ に代入して，$y=2\cdot1-1$　より　$y=\mathbf{1}$　答

(5)　$a>0$ より　$y=ax+4$ のグラフは，２点 $(-4,-8)$，$(b,7)$ を通る直線であるから，

$y=ax+4$ に $x=-4$ と $y=-8$ を代入して，$-8=a\times(-4)+4$ より　$a=\mathbf{3}$　答

$y=3x+4$ に $x=b$ と $y=7$ を代入して，$7=3\times b+4$ より　$b=\mathbf{1}$　答

(6)　$(2+\sqrt{3})^2-(2-\sqrt{3})^2=\{(2+\sqrt{3})+(2-\sqrt{3})\}\{(2+\sqrt{3})-(2-\sqrt{3})\}=4\cdot2\sqrt{3}=\mathbf{8\sqrt{3}}$　答

(7)　$\overset{\frown}{\mathrm{BC}}$ の上に立つ円周角は等しいので $\angle\mathrm{BDC}=\angle\mathrm{BAC}=26^\circ$ であり，「三角形の２つの内角の和は，他の外角に等しい」ことより，$\angle\mathrm{BDC}+\angle\mathrm{ACD}=72^\circ$　となるので，$26^\circ+x=72^\circ$ より　$x=\mathbf{46^\circ}$　答

(8)　$1\leqq a\leqq6$，$1\leqq b\leqq6$ より　$\frac{1}{6}\leqq\frac{b}{a}\leqq\frac{6}{1}(=6)$ となり，$\frac{b}{a}$ が自然数となる $a$ と $b$ の組合せを $(a,b)$ とすると，

$(a,b)=(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(1,6),(2,2),(2,4),(2,6),(3,3),(3,6),(4,4),(5,5),(6,6)$

の14通りであるから，その確率は $\frac{14}{6^2}=\frac{14}{36}=\mathbf{\frac{7}{18}}$　答

(9)　$(5x-2)^2=(5x)^2-2\cdot5x\cdot2+2^2=\mathbf{25x^2-20x+4}$　答

(10)　①について，テストAの方がテストBよりも範囲が小さいので誤り。

②について，テストBの中央値はテストAの中央値よりも左にあるので誤り。

③について，テストAの箱の部分がテストBの箱の部分より小さいので誤り。

④について，第３四分位数から最大値までは５人になり，どちらのテストにおいても第３四分位数が60点よりも右側にあるため正しい。

⑤について，少なくとも１人はいることが言えるが１人とは言えないので誤り。（最大で５人となる）

よって　④　答

2　[配点：15点　(1) 3点，(2)～(4) 各4点×3]

(1)　$A_8=A_6+A_7=8+13=\mathbf{21}$　答

(2)　半径が21，中心角が90°のおうぎ形の弧の長さであるから　$2\pi\times21\times\frac{90^\circ}{360^\circ}=\mathbf{\frac{21}{2}\pi}$　答

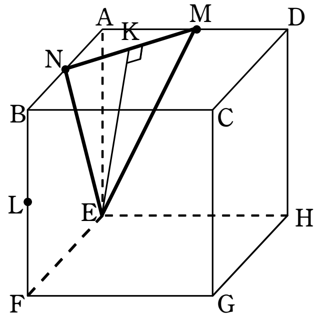
(3)　$2\pi\times(1+1+2+3+5+8+13+21)\times\frac{90^\circ}{360^\circ}=2\pi\times54\times\frac{1}{4}=\mathbf{27\pi}$　答

(4)　$\pi\times(1^2+1^2+2^2+3^2+5^2+8^2+13^2+21^2)\times\frac{90^\circ}{360^\circ}=\pi\times714\times\frac{1}{4}=\mathbf{\frac{357}{2}\pi}$　答

3 [配点：15点　(1) 3点，(2)～(4) 各4点×3]

(1)　求める体積を $V_1$ とおくと，$V_1=\frac{1}{3}\times$(△AMNの面積)$\times$(高さ) と表せるので

$V_1=\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times6\times6\right)\times12=\frac{1}{3}\times18\times12=\mathbf{72}$ [cm$^3$]　答




(2)　2点M，Nは，中点より　$\mathrm{MN}=\sqrt{2}\,\mathrm{AM}(=\sqrt{2}\,\mathrm{AN})=6\sqrt{2}$ [cm]　であり，

$\mathrm{ME}=\sqrt{\mathrm{AE}^2+\mathrm{AM}^2}=\sqrt{12^2+6^2}=\sqrt{6^2(2^2+1)}=6\sqrt{5}$ [cm]，

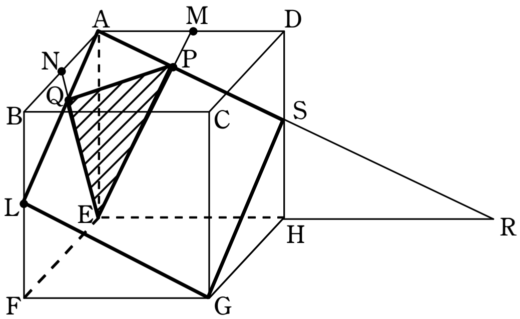
$\mathrm{NE}=\mathrm{ME}=6\sqrt{5}$ [cm]であるから，線分MNの中点をKとおくと

$\mathrm{KE}=\sqrt{\mathrm{ME}^2-\mathrm{MK}^2}=\sqrt{180-18}=\sqrt{162}=9\sqrt{2}$ [cm]となるので

(△EMNの面積)$=\frac{1}{2}\times\mathrm{MN}\times\mathrm{KE}=\frac{1}{2}\times6\sqrt{2}\times9\sqrt{2}=54$ [cm$^2$]である。

次に，$V_1=\frac{1}{3}\times$(△EMNの面積)$\times$(高さ) と表せるので，求める高さを $h$ とおくと，(1) より

$72=\frac{1}{3}\times54\times h$　となるので　$h=\frac{72}{54}\times3=\mathbf{4}$ [cm]　答




(3)　直線EHと直線APの交点をRとし，線分ARと辺DHの交点をSとおくと，△AMP∽△REPとなり，

AM:RE＝6：24＝1：4 より　MP:EP＝1：4 となる。

同様に，NQ:EQ＝1：4 より　△MNE：△PQE＝$5^2$：$4^2$

となり　$\triangle\mathrm{QPE}=\frac{4^2}{5^2}\triangle\mathrm{MNE}=\frac{16}{25}\times54=\mathbf{\frac{864}{25}}$ [cm$^2$]　答

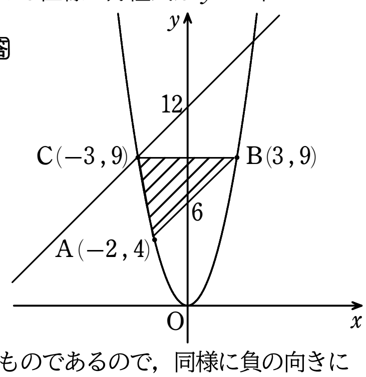
(4)　△QPEは(2)の△EMNと同一平面上に存在するので，できる三角錐の高さは共通で4[cm]であるから，

求める三角錐の体積を $V_2$ とおくと，$V_2=\frac{1}{3}\times$(△QPEの面積)$\times h=\frac{1}{3}\times\frac{864}{25}\times4=\mathbf{\frac{1152}{25}}$ [cm$^3$]　答

4 [配点：15点　(1) 3点，(2)～(4) 各4点×3]

(1)　$y=ax^2\ (a>0)$ が $A(-2,4)$ を通るので，$4=a\times(-2)^2$ より　$a=\mathbf{1}$　答

(2)　A$(-2,4)$，B$(3,9)$ より，(直線の傾き)$=\frac{9-4}{3-(-2)}=\frac{5}{5}=1$ となるので，求める直線の方程式は $y=x+b$ と表せ，これが点B$(3,9)$ を通ることより $b=6$ となる。よって，$\boldsymbol{y=x+6}$　答




(3)　C$(-3,9)$ は点Bの $y$ 軸対称の位置であるから，求める三角形の面積は，線分BCを底辺とし，高さは線分BCと点Aとの距離となるので，求める面積を $S$ とおくと，$S=\frac{1}{2}\times6\times5=\mathbf{15}$　答　　**注意** 単位不要

(4)　点Cを通り直線ABに平行な直線と放物線との交点をPとすると，点Cをを通る傾きが1の直線の方程式は $y=x+12$ となるので，放物線との交点の $x$ 座標は4となる。

次に，$y=x+12$ は直線ABに平行で $y$ 軸の正の向きに6だけ平行移動させたものであるので，同様に負の向きに移動させた場合にも △ABC と等しい面積の三角形ができることになる。つまり，原点Oを通るときであり，そのときの直線の方程式は $y=x$ となるので，放物線との交点の $x$ 座標は0と1となる。

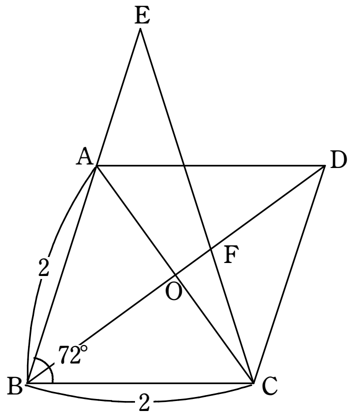
したがって，$t=\mathbf{0，1，4}$　答

**5** [配点：15点　(1) 4点，(2) 3点，(3) 4点，(4) 4点]

(1) 証明

△BCDと△CFDにおいて

対応する角の順番に注意
△BCDと△CFD




　∠BDCと∠CDFは共通の角　　…①

次に，平行四辺形ABCDは AB＝BC であるから

ひし形となるので，対角線はそれぞれの角の二等分線となるから

　$\angle \mathrm{CBD}=\dfrac{72^\circ}{2}=$ ア $\boxed{36}$ °　答　　…②

また，△BEC は BE＝CE かつ ∠EBC＝72° の二等辺三角形となるので

　∠EBC＝∠ECB＝ イ $\boxed{36}$ °　答　　…③

BE∥CD より，平行線の錯角は等しいから

　∠BEC＝∠ ウ $\boxed{\mathrm{FCD}}$　答　　…④　　**注意** ⑤ の式にも ウ を用いているので，対応する角の順番に注意。

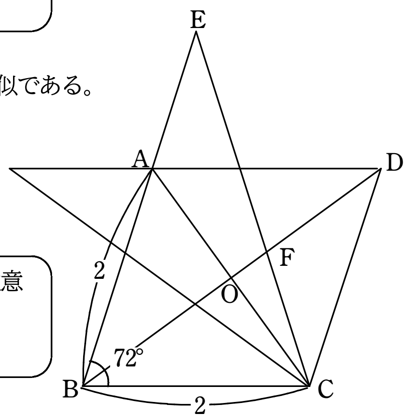
②，③，④ より

　∠CBD＝∠ ウ $\boxed{\mathrm{FCD}}$　答　　…⑤

対応する角の順番に注意
△BCDと△CFD

以上 ①（角），⑤（角） より

エ $\boxed{\text{2組の角がそれぞれ等しい}}$　答　　から，△BCDと△CFDは相似である。




(2) (1) より　∠FCD＝∠FDC＝36° であるから，∠CFD＝108° となるので

問題の図は，中央が正五角形の星形の一部であることがわかる。

このとき，AB＝BF が言えるので，BF＝**2**　答　　**注意** 単位不要

(3) (1)より　△BCD ∽ △CFD であるから，

$$\mathrm{BD}:\mathrm{CD}=\mathrm{CD}:\mathrm{FD}$$
$$(\mathrm{BF}+\mathrm{FD}):2=2:\mathrm{FD}$$
$$(2+\mathrm{FD})\cdot\mathrm{FD}=2^2$$
$$\mathrm{FD}^2+2\mathrm{FD}-4=0$$

対応する角の順番に注意
△BCD∽△CFD

この２次方程式を解いて　FD>0 より　FD＝$\mathbf{-1+\sqrt{5}}$　答　　**注意** 単位不要

(4) △BCF：△CFO＝BF：OF＝2：OF　となるので，空欄の値は OF の値となる。

ここで，$\mathrm{OF}=\mathrm{OD}-\mathrm{FD}=\dfrac{1}{2}\mathrm{BD}-\mathrm{FD}=\dfrac{1}{2}(\mathrm{BF}+\mathrm{FD})-\mathrm{FD}=\dfrac{1}{2}(\mathrm{BF}-\mathrm{FD})=\dfrac{1}{2}\{2-(-1+\sqrt{5})\}=\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}$

したがって　△BCF：△CFO＝BF：OF＝ 2：$\boxed{\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}}$　答　　**注意** 単位不要

【品川翔英高等学校】2024年度入学試験　2月10日　〔数学〕　解答用紙

1　（配点：40点）

| 設問 | 解答番号 | 解答欄 | 配点 |
|---|---|---|---|
| (1) | ア | | 4 |
| | イ | | |
| (2) | ウ | | 4 |
| | エ | | |
| | オ | | |
| | カ | | |
| (3) | キ | | 4 |
| | ク | | |
| | ケ | | |
| | コ | | |
| (4) | サ | | 2 |
| | シ | | 2 |
| (5) | ス | | 2 |
| | セ | | 2 |
| (6) | ソ | | 4 |
| | タ | | |
| (7) | チ | | 4 |
| | ツ | | |
| (8) | テ | | 4 |
| | ト | | |
| | ナ | | |
| (9) | ニ | | 4 |
| | ヌ | | |
| | ネ | | |
| | ノ | | |
| | ハ | | |
| (10) | ヒ | | 4 |

2　（配点：15点）

| 設問 | 解答番号 | 解答欄 | 配点 |
|---|---|---|---|
| (1) | ア | | 3 |
| | イ | | |
| (2) | ウ | | 4 |
| | エ | | |
| | オ | | |
| (3) | カ | | 4 |
| | キ | | |
| (4) | ク | | 4 |
| | ケ | | |
| | コ | | |
| | サ | | |

3　（配点：15点）

| 設問 | 解答番号 | 解答欄 | 配点 |
|---|---|---|---|
| (1) | ア | | 3 |
| | イ | | |
| (2) | ウ | | 4 |
| (3) | エ | | 4 |
| | オ | | |
| | カ | | |
| | キ | | |
| | ク | | |
| (4) | ケ | | 4 |
| | コ | | |
| | サ | | |
| | シ | | |
| | ス | | |
| | セ | | |

4　（配点：15点）

| 設問 | 解答欄 | 配点 |
|---|---|---|
| (1) | $a=$ | 3 |
| (2) | | 4 |
| (3) | | 4 |
| (4) | $t=$ | 4 |

5　（配点：15点）

| 設問 | 解答欄 | 配点 |
|---|---|---|
| (1) | ア | 1 |
| | イ | 1 |
| | ウ | 1 |
| | エ | 1 |
| (2) | BF＝ | 3 |
| (3) | FD＝ | 4 |
| (4) | | 4 |

【品川翔英高等学校】2024年度入学試験　2月10日　〔数学〕　正解と配点

1　（配点：40点）

| 設問 | 解答番号 | 正解 | 配点 |
|---|---|---|---|
| (1) | ア | − | 4 |
| | イ | 3 | |
| (2) | ウ | 2 | 4 |
| | エ | 5 | |
| | オ | 1 | |
| | カ | 2 | |
| (3) | キ | 4 | 4 |
| | ク | 1 | |
| | ケ | 3 | |
| | コ | 3 | |
| (4) | サ | 1 | 2 |
| | シ | 1 | 2 |
| (5) | ス | 3 | 2 |
| | セ | 1 | 2 |
| (6) | ソ | 8 | 4 |
| | タ | 3 | |
| (7) | チ | 4 | 4 |
| | ツ | 6 | |
| (8) | テ | 7 | 4 |
| | ト | 1 | |
| | ナ | 8 | |
| (9) | ニ | 2 | 4 |
| | ヌ | 5 | |
| | ネ | 2 | |
| | ノ | 0 | |
| | ハ | 4 | |
| (10) | ヒ | 4 | 4 |

2　（配点：15点）

| 設問 | 解答番号 | 正解 | 配点 |
|---|---|---|---|
| (1) | ア | 2 | 3 |
| | イ | 1 | |
| (2) | ウ | 2 | 4 |
| | エ | 1 | |
| | オ | 2 | |
| (3) | カ | 2 | 4 |
| | キ | 7 | |
| (4) | ク | 3 | 4 |
| | ケ | 5 | |
| | コ | 7 | |
| | サ | 2 | |

3　（配点：15点）

| 設問 | 解答番号 | 正解 | 配点 |
|---|---|---|---|
| (1) | ア | 7 | 3 |
| | イ | 2 | |
| (2) | ウ | 4 | 4 |
| (3) | エ | 8 | 4 |
| | オ | 6 | |
| | カ | 4 | |
| | キ | 2 | |
| | ク | 5 | |
| (4) | ケ | 1 | 4 |
| | コ | 1 | |
| | サ | 5 | |
| | シ | 2 | |
| | ス | 2 | |
| | セ | 5 | |

4　（配点：15点）

| 設問 | 正解 | 配点 |
|---|---|---|
| (1) | $a=$ 1 | 3 |
| (2) | $y=x+6$ | 4 |
| (3) | 15 | 4 |
| (4) | $t=$ 0，1，4 | 4 |

5　（配点：15点）

| 設問 | 正解 | 配点 |
|---|---|---|
| (1) | ア　36 | 1 |
| | イ　36 | 1 |
| | ウ　FCD | 1 |
| | エ　２組の角がそれぞれ等しい | 1 |
| (2) | BF=　2 | 3 |
| (3) | FD=　$-1+\sqrt{5}$ | 4 |
| (4) | $\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}$ | 4 |